

ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – ВАРНА

маг. инж. Мирослава Гришева Донева

ВАРИАЦИОНЕН АНАЛИЗ НА ЕЛЕКТРИЧЕСКИ ВЕРИГИ

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

**на дисертация за получаване на образователна и
научна степен “ДОКТОР”**

**Научна специалност: „Теоретична електротехника електроника”
шифър: 02.04.01**

Научен ръководител: доц. д-р инж. Емил Иванов Панов

Рецензенти:

1.
2.

**Варна
2017**

Дисертационният труд е обсъден на 26.09.2017г. в катедра “Теоретична и измервателна електротехника” на разширен катедрен съвет, съгласно заповед на Ректора на ТУ-Варна №310/19.06.2017г. и насочен за защита.

Докторантът работи в катедра “Теоретична и измервателна електротехника”.

Автор: маг. инж. Мирослава Гришева Донева

Заглавие: Вариационен анализ на електрически вериги

ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – ВАРНА

маг. инж. Мирослава Гришева Донева

**ВАРИАЦИОНЕН АНАЛИЗ НА
ЕЛЕКТРИЧЕСКИ ВЕРИГИ**

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

**на дисертация за получаване на образователна и
научна степен “ДОКТОР”**

**Варна
2017**

Дисертационният труд съдържа 166 страници, включително 86 фигури, 24 примерни решения на конкретни електрически вериги и 4 приложения, оформени в 4 глави, общи изводи и списък на използваната литература от 103 заглавия, от които 36 на латиница.

Защитата на дисертационния труд ще се състои наГ. от.....Ч. В.....на открито заседание на жури, сформирано със заповед на Ректора № / Г.

Материалите по защитата (дисертацията, рецензиите и становищата) са на разположение на интересувашите се във ФД “Докторанти”, стая 318 НУК

ОБЩА ХАРАКТЕРИСТИКА НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

АКТУАЛНОСТ НА ПРОБЛЕМА:

Теорията на веригите разполага с мощен апарат за анализ не само на процеси във вериги, но и на широк клас технически системи. За целта теорията на веригите съхранява всички верни методи за анализ и изследване на електрическите вериги (ЕВ), като те са намерили място и в други технически области.

С настоящия дисертационен труд методът с предавателните коефициенти дава заявка за присъединяване към групата на методите за анализ на ЕВ. Методът с предавателните коефициенти използва нов комплект междинни неизвестни при анализ на ЕВ - предавателни коефициенти, които се явяват отношение между търсените реакции на ЕВ и параметъра на източник от веригата, избран за базисен. Анализът посредством метода с предавателните коефициенти дава възможност да се разкрият нови свойства на ЕВ, както и да се изследват свойствата на предавателните коефициенти. Вариационният анализ с предавателни коефициенти и методът с предавателните коефициенти дава възможност за работа с един предавателен коефициент. Решенията получени посредством тези два метода, могат да бъдат винаги графично изразени. Вариационният анализ с предавателни коефициенти и методът с предавателните коефициенти дава възможност за изучаване на свойствата на цели класове вериги в числен вид посредством зависимостта на мощността във веригата спрямо един предавателен коефициент.

Обект на настоящия дисертационен труд е анализът на ЕВ.

Предмет на дисертационния труд е изследване на възможностите на вариационния подход с предавателни коефициенти, както и на метода с предавателните коефициенти при анализ на ЕВ.

Цел на дисертационния труд е да се приложи вариационния подход с предавателни коефициенти, както и на метода с предавателните коефициенти при анализ на ЕВ, като за целта се изведат съответните методики за анализ на ЕВ.

Задачи на дисертационния труд:

- Да се определи вида на предавателните коефициенти, спрямо които да се решава конкретна вариационна задача за анализ на ЕВ.
- Да се изследват възможностите за прилагане на вариационния анализ за ЕВ спрямо въведените предавателни коефициенти.

- Да се изведат методики за вариационен анализ с предавателни коефициенти на ЕВ, с който да се систематизират решенията, в зависимост от вида на веригата и нейния работен режим.

- Числено да се проверят изведените методики с решения, спазващи тяхната последователност.

- Да се открият видовете задачи за анализ на ЕВ, при които вариационният подход с предавателни коефициенти превъзхожда съществуващите методи за анализ.

МЯСТО НА ИЗСЛЕДВАНЕТО: Изследванията в дисертационния труд са извършени в *Технически университет* – гр. Варна.

МЕТОДИ НА ИЗСЛЕДВАНЕ: В дисертационният труд се анализират ЕВ посредством вариационен анализ с предавателни коефициенти и метода с предавателните коефициенти.

НАУЧНА НОВОСТ НА ИЗСЛЕДВАНЕТО: В дисертационният труд се прилагат нови метод за анализ на електрически вериги–*вариационен анализ с предавателни коефициенти и метод с предавателните коефициенти*. В известните досега методи за анализ на ЕВ, са използвани двата основни физични закона - закона за запазване на заряда и закона за запазване на енергията, изразени под формата на двата закона на Кирхоф за ЕВ. Вариационният анализ се основава и на принципа на минималното действие, като в анализа на дадена ЕВ е приложен за мощността, консумирана от пасивната част на веригата. При вариационния анализ с предавателни коефициенти основните закони за ЕВ се прилагат формално, т.е. чрез тях в решението се въвеждат предавателни коефициенти и се извеждат аналитичните връзки между тези коефициенти. Вариационният анализ с предавателни коефициенти и метода с предавателните коефициенти позволяват, към тях да се приложи и нов подход – оптимизация на решението. Същевременно с това се оказва, че междинните неизвестни в изследваната верига са отношения или произведения, в които участват търсените величини.

Извършеният щателен обзор на литературни източници, гарантира оригиналността на вариационния подход с предавателни коефициенти. Вариационен подход за анализ на електрически и магнитни вериги е публикуван и от два отделни научни колектива, в чиито публикации анализа се извършва посредством решаване на система частни диференциални уравнения относно реакциите на веригата. Сложността на математическия апарат, даден в тези публикации, го прави трудно приложим за разклонени вериги.

ПРАКТИЧЕСКА ЦЕННОСТ НА ИЗСЛЕДВАНЕТО: В дисертационния труд са представени систематизирани методики за анализ на ЕВ посредством вариационния подход с предавателни коефициенти и метода с предавателните коефициенти. Те дават възможност вариационният анализ с предавателни коефициенти и метода с предавателните коефициенти да се приложи за различни видове и режими на работа на ЕВ. Формулирани и доказани са правилата за въвеждане на безразмерни предавателни коефициенти в решението на анализираната верига, с прилагане на основните закони за ЕВ. Вариационният анализ с предавателни коефициенти на ЛЕВ и НЕВ при постоянно токов режим успешно е приложен в комбинация с основните закони за ЕВ, метода с контурните токове и метода с възловите потенциали. В останалите методики въвеждането и изразяването на предавателните коефициенти е направено само с прилагане на основните закони за ЕВ.

При изследване на преходни процеси в ЕВ методиките за анализ посредством метода с предавателните коефициенти са съчетани с метода с променливите на състоянието, това на практика позволява оптимизация на численото решение чрез метода предиктор-коректор.

Изложението на дисертационния труд е подкрепено от решения за анализ на конкретни ЕВ. За числени и символни преобразувания на изрази и решения на нелинейни уравнения е използван програмният продукт *Wolfram alpha*. Средата на *Matlab* е използвана за съставяне на програми (част от тях са дадени в приложенията), подпомагащи процеса на изчисления при анализа на веригите и изчертаване на графики на получените стойности от решенията.

АПРОБАЦИЯ НА ИЗСЛЕДВАНЕТО: По темата на дисертационния труд основните резултати от изследванията са докладвани и публикувани в следните международни и национални форуми с международно участие и издания:

Рецензирани научни издания в страната:

- „Годишник на Техническият университет във Варна”, 2014.
- „Електротехника и електроника E+E”, 2017
- „*Journal of Communication and Computer, David Publishing Company*”, 2017

Рецензирани международни конференции:

- *LI International Scientific Conference on Information, Communication and Energy Systems and Technologies-ICEST* 2016.

Рецензирани национални конференции с международно участие:

- *International Scientific and Technical Conference Electrical Power Engineering* '2014.

- *XIV-th International Conference on Electrical Machines, Drives and Power Systems - ELMA'2015.*
- *XIX-th International Symposium on Electrical Apparatus and Technologies-SIELA'2016 (SCOPUS)*
- *International Scientific and Technical Conference Electrical Power Engineering'2016.*

СТРУКТУРА И ОБЕМ НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД:

Дисертационният труд съдържа 166 страници, включително 84 фигури и 25 примерни задачи, в решението на които е приложен вариационен анализ с предавателни коефициенти и метода с предавателните коефициенти, списък на използваната литература от 103 заглавия, от които 36 на латиница и 4 приложения. Основният текст е изложен на 149 страници и се състои от съдържание, списък на използваните съкращения, увод, четири глави, заключение на получените резултати, библиография и списък на публикациите по темата на дисертационния труд. Част от разработените пакети приложни програми в програмна среда Matlab са оформени като приложение към дисертацията в обем от 17 страници.

В автореферата са приети означения на фигурите и формулите, съответстващи на тези от дисертацията.

КРАТКО СЪДЪРЖАНИЕ НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

Увод. Направена е класификация на съществуващите методи за анализ на ЕВ. Обоснована е необходимостта от провеждане на научното изследване при формулирана същност и актуалност на проблема, представени са обектът и предметът на изследване, формулирани са целта и задачите в дисертационния труд.

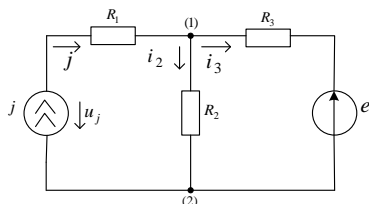
Глава I. Вариационен анализ с предавателни коефициенти на електрически вериги.

В тази глава са представени въведението във вариационния анализ на ЕВ, теоремите за вариационен анализ на ЕВ и правилата за въвеждане на безразмерни предавателни коефициенти при вариационния анализ на ЕВ, базирани на основните закони за ЕВ.

Съществена част от първа е отделена за изследването на възможностите на вариационния анализ с предавателни коефициенти за ЕВ, направено в т. **1.4**. В раздела се изследват възможностите на вариационния анализ с предавателни коефициенти и възможностите за избор на предавателните коефициенти (без размерност или с размерност $[\Omega]$ или $[S]$ [77]) в решенията на вариационната задача.

1.4. Изследване на възможностите на вариационния анализ с предавателни коефициенти за ЕВ.

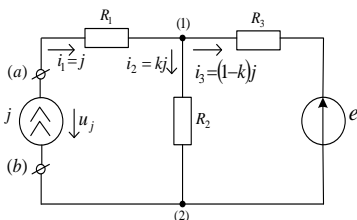
Пример 1.1: Дадена е верига от Фиг. 1.3 със следните параметри: $R_1 = 30 \Omega$; $R_2 = 20 \Omega$; $R_3 = 10 \Omega$; $j = 5A$; $e = 40V$. Да се определят клоновите токове i_2 и i_3 с помощта на вариационния анализ.



Фиг. 1.3 Схема на ЕВ от пример 1.1.

Б) Решение посредством вариационен анализ с безразмерни предавателни коефициенти по ток.

Въвежда се двойка клеми (а) и (b) (Фиг. 1.5), които разделят веригата на базисен източник и резистивна част. За базисен източник на веригата се избира източникът на е.д.т. j .



Фиг. 1.5 Схема на ЕВ от пример 1.1.

Въвежда се предавателен коефициент по ток $k = \frac{i_2}{j}$. Прилага се формално първия закон на Кирхоф за възел (1) и токовете във веригата се изразяват, както следва:

$$i_1 = j, \quad i_2 = k \cdot j \quad \text{и} \quad i_3 = (1-k) \cdot j. \quad (1.17)$$

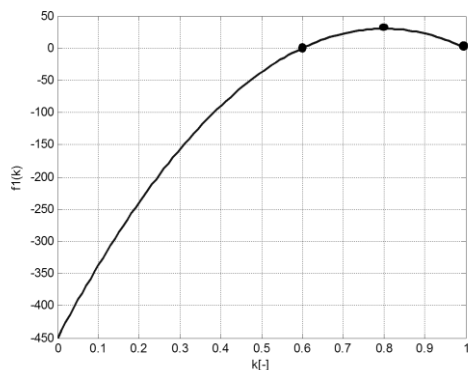
Формира се функционалът $f_1(k)$ с параметър предавателния коефициент k , в който участват мощностите на всички елементи в разглежданата верига:

$$\begin{aligned} f_1(k) &= P_j(k) - P_e(k) - P_{R_1}(k) - P_{R_2}(k) - P_{R_3}(k) = \\ &= u_j(k) \cdot j - e \cdot i_3(k) - R_1 \cdot j^2 - R_2 \cdot i_2^2(k) - R_3 \cdot i_3^2(k) = \\ &= (R_1 + R_2 \cdot k) \cdot j^2 - e \cdot (1-k) \cdot j - R_1 \cdot j^2 - R_2 \cdot (k \cdot j)^2 - R_3 \cdot (1-k)^2 \cdot j^2 \end{aligned} \quad (1.18)$$

като тук всички мощности на елементите от веригата са функции на параметъра k .

При вариране на параметъра k в граници $k \in [0, 1]$ за функционала $f_1(k)$ се получава зависимостта представена на Фиг. 1.6. За да се изпълни баланса на мощностите във веригата е необходимо $f_1(k)$ да придобие нулева стойност за конкретна стойност на параметъра k , т.е.:

$$f_1(k) = 0. \quad (1.19)$$



Фиг. 1.6 Зависимост на функционала $f_1(k)$ от предавателния коефициент k .

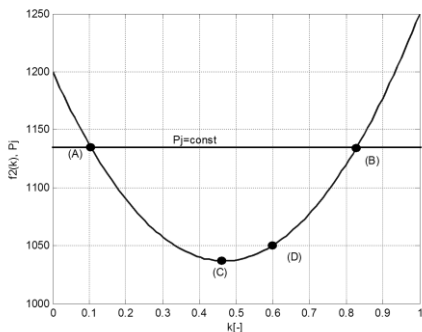
От Фиг. 1.6 ясно се вижда, че функционалът $f_1(k)$ приема нулева стойност за две стойности на параметъра (предавателния коефициент) k : $k = 0,6$ и $k = 1$.

Решението, получено при стойност на предавателния коефициент $k = 1$, не е решение за конкретната верига, тъй като това означава, че токът $i_3(k)$ е равен на нула, т.е. $i_3(k) = (1-k) \cdot j = 0$ А. Т.е. в клон 3 с източника на е.д.н. не протича ток, което е признак за това, че се анализира ЕВ, различна от изследваната. Единственото номинално решение на уравнение (1.19) за конкретната верига се получава при стойност на предавателния коефициент $k = 0,6$. Законът за запазване на енергията за конкретната верига е удовлетворен само в една точка от функционала $f_1(k)$ за стойност на параметъра $k = 0,6$, а за останалите стойности на $k \neq 0,6$ той не се удовлетворява. Наличният екстремум при $k = 0,8$ също не е решение на задачата.

Разглежда се втори функционал $f_2(k)$, в който участват мощностите на елементите в разглежданата верига спрямо предавателния коефициент k , без мощността на базисния източник на е.д.т. P_j :

$$\begin{aligned}
 P_j(k) &= f_2(k) = P_{R_1}(k) + P_{R_2}(k) + P_{R_3}(k) + P_e(k) = \\
 &= R_1 \cdot j^2 + R_2 \cdot i_2^2(k) + R_3 \cdot i_3^2(k) + e \cdot i_3(k) = \quad . \quad (1.20) \\
 &= R_1 \cdot j^2 + R_2 \cdot (k \cdot j)^2 + R_3 \cdot (1-k)^2 \cdot j^2 + e \cdot (1-k) \cdot j
 \end{aligned}$$

Тук всички участващи мощности на елементите от веригата във функционала $f_2(k)$ са функция на параметъра k .



Фиг. 1. 7 Зависимост на функционала $f_2(k)$ спрямо предавателния коефициент k .

На Фиг. 1.7 са представени графиките на функционала $f_2(k)$ при вариране на параметъра k в граници $k \in [0, 1]$ и $P_j = const$, при $P_j \in [970; 1250]W$, т.е. получава се сечение на графиката на функционала $f_2(k)$ с хоризонтална права $P_j = const$:

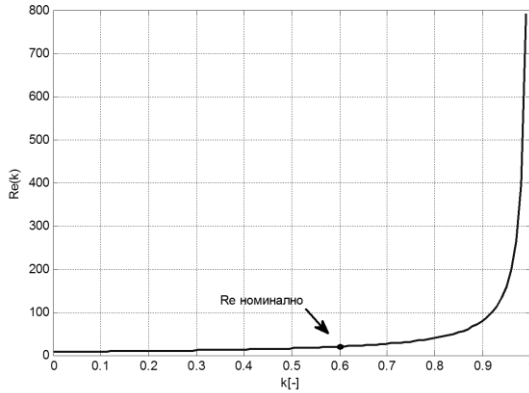
$$P_j = const \equiv invariant = f_2(k). \quad (1.21)$$

В резултат на това решението на уравнение (1.21) дава координатите на две точки (т. А и т. В) или една точка (т. С). Номиналното решение (точка D) на задачата не може да бъде постигнато еднозначно чрез изследване на екстремума на уравнение $P_j = const = f_2(k)$, тъй като $m.D \neq m.C$.

В уравнение (1.21) мощността на източника на е.д.н. $P_e(k)$ се умножава и дели на тока $i_3(k)$, протичащ през източника:

$$\begin{aligned} P_j = const \equiv invariant = f_2(k) &= \\ &= R_1 \cdot j^2 + R_2 \cdot (k \cdot j)^2 + R_3 \cdot (1-k)^2 \cdot j^2 + \frac{e}{(1-k) \cdot j} \cdot (1-k)^2 \cdot j^2, \quad (1.22) \\ \text{m.e. } P_j = const \equiv invariant = f_2(k) &= \\ &= R_1 \cdot j^2 + R_2 \cdot (k \cdot j)^2 + R_3 \cdot (1-k)^2 \cdot j^2 + R_e(k) \cdot (1-k)^2 \cdot j^2 \end{aligned}$$

Тук чрез формално прилагане на закона на Ом относно източника на е.д.н. се въвежда еквивалентно му съпротивление $R_e(k) = \frac{e}{i_3(k)} = \frac{e}{(1-k) \cdot j}$ като функция на предавателния коефициент k .



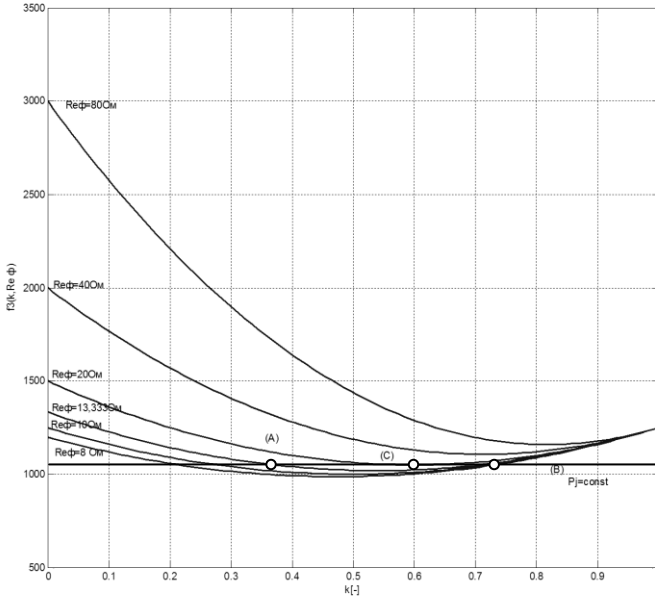
Фиг. 1.8 Зависимост на съпротивлението $R_e(k)$ спрямо предавателния коефициент k .

В разглежданият функционал $f_2[k; R_e(k)]$ еквивалентното съпротивление на източника на е.д.н. $R_e(k) = \text{varia}$, т.е. то е функция на параметъра k , който варира ($k \in [0, 1]$). На графиката на функционала $f_2[k; R_e(k)]$, представена на Фиг. 1.7, във всяка една точка съпротивлението $R_e(k)$ се променя, т.е. от точка в точка се променя параметъра $R_e(k)$ на източника на е.д.н., в резултат на което се анализира цял клас вериги. Зависимостта на $R_e(k)$ от предавателния коефициент k е показана на Фиг. 1.8, в която съществува само една стойност на $R_e(k=0,6)$, която съответства на изследваната верига и $R_{e_{\text{номинално}}}(k=0,6) = 20 \Omega$.

Така например при $k=0$ токът $i_2 = k \cdot j = 0 \text{ A}$, т.е. клон 2 не участва в токоразпределението на изследваната верига. А при $k=1$ токът $i_3 = (1-k) \cdot j = 0 \text{ A}$, което означава, че тук клон 3 не участва в токоразпределението на верига. Следователно при $k=0$ и $k=1$ се изследват две други вериги, различни от нашата. Поради факта, че анализът трябва да се извърши единствено за изследваната верига се приема, че $R_e(k) = R_{e_{\text{номинално}}} = \text{const}$.

Разглежда се трети функционал $f_3[k; R_{e\phi}(k_\phi)]$, функция на k и зависещ от параметъра k_ϕ , който се използва за задаване на различни формални стойности на $R_{e\phi}(k_\phi) = R_{e\phi}(k_\phi) = \text{const}$. Така мощността на източника на е.д.н. $P_e[k; R_{e\phi}(k_\phi)]$ зависи от k , но се изчислява за конкретни (формални) стойности на $R_{e\phi}(k_\phi = \text{const}) = \text{const}$:

$$\begin{aligned}
 P_j &= \text{const} \equiv \text{invariant} = f_3[k; R_{e\phi}(k_\phi)] = \\
 &= P_{R_1}(k) + P_{R_2}(k) + P_{R_3}(k) + P_e[k; R_{e\phi}(k_\phi)] = \\
 &= R_1 \cdot j^2 + R_2 \cdot i_2^2(k) + R_3 \cdot i_3^2(k) + R_{e\phi}(k_\phi) \cdot i_3^2(k) = \\
 &= R_1 \cdot j^2 + R_2 \cdot (k \cdot j)^2 + R_3 \cdot (1-k)^2 \cdot j^2 + R_{e\phi}(k_\phi) \cdot [(1-k) \cdot j]^2
 \end{aligned}
 \tag{1.23}$$



Фиг. 1.9 Фамилия графики на функционала $f_3[k; R_{e\phi}(k_\phi)]$ спрямо предавателния коефициент k .

Фамилията графики на параметричния функционал $f_3[k; R_{e\phi}(k_\phi)]$ е представена на Фиг. 1.9. Изчисленията са извършени примерно за шест на брой формални стойности на предавателния коефициент $k_\phi = 0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8$ и $0,9$, за които са получени същият брой формални съпротивления на източника на е.д.н. $R_{e\phi} = 8 \Omega; 10 \Omega; 13,333 \Omega; 20 \Omega; 40 \Omega$ и 80Ω . На същата фигура е представено сечението между графиките на функционала и хоризонталната права $P_j = \text{const}$. В общия случай пресичането на хоризонталата с кривите от параметричните зависимости се извършва в две точки (т. А) и (т. В), където е изпълнено уравнението:

$$P_j = \text{const} = f_3[k; R_{e\phi}(k_\phi)]. \quad (1.24)$$

Извършва се диференциране на уравнение (1.24) спрямо предавателния коефициент k , както следва:

$$0 = \frac{\partial \{f_3[k; R_{e\phi}(k_\phi)]\}}{\partial k}. \quad (1.25)$$

Всяка крива от фамилията графики на функционала има екстремум за различни стойности на предавателния коефициент k . Трябва да се определи онзи екстремум, за който са изпълнени едновременно законите на Кирхоф, закона на Ом и уравнението за баланса на мощностите в изследваната верига. За целта след диференцирането на $f_3[k; R_{e\phi}(k_\phi)]$, трябва да бъде определен онзи екстремум, който е присъщ на номиналната графична зависимост, в която $R_{e\phi}(k_\phi = k_{\text{номинално}} = 0,6) = 20 \Omega$. За целта след диференцирането в полученият израз се замества номиналното еквивалентното съпротивление $R_{e\phi}(k_\phi) \equiv R_e(k) = \frac{e}{(1-k).j}$ за изследваната верига. По този начин от всички екстремуми на всички криви на параметричния функционал $f_3[k; R_{e\phi}(k_\phi)]$ се определя само онзи, за който са изпълнени законите на Кирхоф, закона на Ом и уравнението за баланса на мощностите в изследваната верига. В тази точка параметрите на елементите на изследваната верига са номиналните.

В дисертацията следва аналитично решение посредством вариационен анализ с безразмерни предавателни коефициенти, от което са получени номиналните стойности на търсените реакции на конкретната верига.

Безразмерните предавателни коефициенти позволяват прилагане на вариационен подход. Те се използват в методиките за вариационен анализ на установени процеси в ЛЕВ при постояннотокови и хармоничен режим (**Глава II**) и при постояннотоков режим в НЕВ (**Глава III т. 3.1**).

Пример 1.1. е решен графично и аналитично посредством вариационен анализ с предавателни коефициенти с размерност $[\Omega]$.

Предавателните коефициенти с размерност $[\Omega]$ или $[S]$ може да се прилагат директно в комбинация с някой от известните методи за анализ на ЕВ (метод с клоновите токове, метод с контурните токове, метод с възловите потенциали, метода с променливите на състоянието и др.). В случая не се търси първа вариация на товарната мощност, а решението се получава директно от уравнението за баланса на мощностите на ЕВ спрямо един от предавателните коефициенти. Вариацията на израза за мощността на базисния източник на ЕВ, изразена спрямо предавателен коефициент с размерност $[\Omega]$ или $[S]$, не води до получаване на номинално решение на изследваната верига.

На базата на направеното изследване на възможностите за използване на предавателни коефициенти във вариационния анализ на ЕВ, в **Глава I** е изведена методика за анализ на ЕВ посредством метода с предавателните коефициенти с размерност $[\Omega]$ или $[S]$.

Глава II. Вариационен анализ с предавателни коефициенти на линейни електрически вериги.

В тази глава е представена техниката на вариационен анализ с безразмерни предавателни коефициентите на ЛЕВ при постояннотокови и хармоничен режим. Вариационната задача при анализа на ЛЕВ може да бъде решена спрямо един предавателен коефициент, чрез който са изразени всички останали предавателни коефициенти, въведени при анализа на дадена верига. Оптимизационното уравнение във вариационния анализ на една ЛЕВ отразява генерираната мощност от базовия източник за конкретната верига. Анализът на ЛЕВ при хармоничен режим се извършва посредством комплексния метод. Вариационният анализ с предавателни коефициенти на ЛЕВ успешно е приложен в комбинация с основните закони за ЕВ, с метода с контурните токове и с метода с възловите потенциали.

В настоящата глава са представени шест на брой методики, по три за постояннотокови и хармоничен режим в ЛЕВ. Разликата между методиките във всяка група е способа за въвеждане и изразяване на предавателните коефициенти (посредством основните закони за ЕВ, с метода с контурните токове и с метода с възловите потенциали). Тук са приложени по една от методиките за анализ на ЕВ в постояннотокови и хармоничен режим, които използват основните закони за ЕВ.

2.1.1. Методика за вариационен анализ на ЛЕВ в постояннотоков режим с основните закони за ЕВ.

1) В изследваната верига се избира базисен източник (на е.д.т. с ток j_1 или е.д.н. с напрежение e_1). Въвежда се двойка клеми (а) и (b), разделящи веригата на базисен източник и резистивна част, като всички останали източници (на е.д.н. или е.д.т.) се разглеждат като резистори, съгласно закона на Ом, с положително или отрицателно съпротивление R_{eq} или R_{js} .

2) Въвеждат се m на брой предавателни коефициенти $k_1; k_2; \dots; k_m$ спрямо токовете през елементите (напрежителните падове върху тях)

формално по първи (втори) закон на Кирхоф, като $i_1 = k_1 \cdot j_1$; $i_2 = k_2 \cdot j_1$; ...; $i_m = k_m \cdot j_1$ или $u_1 = k_1 \cdot e_1$; $u_2 = k_2 \cdot e_1$; ...; $u_m = k_m \cdot e_1$.

3) Съставя се уравнение по метода с баланса на мощностите, като в лявата част на уравнението е мощността на базисния източник, а в дясно са мощностите на резистивните елементи, включваща p на брой резистора, както и съпротивленията на останалите източници на е.д.н., които са vs на брой $(R_{e1}; R_{e2}; \dots; R_{e,vs})$ и съпротивленията на източниците на е.д.т. $(R_{j1}; R_{j2}; \dots; R_{j,cs})$, който са на брой cs .

$$P_{j_1} = u_{j_1} \cdot j_1 = R_1 \cdot (k_1 \cdot j_1)^2 + R_2 \cdot (k_2 \cdot j_1)^2 + \dots + R_p \cdot (k_p \cdot j_1)^2 + \sum_{q=1}^{vs} (\pm R_{eq} \cdot (k_q \cdot j_1)^2) + \sum_{s=1}^{cs} (\pm R_{js} \cdot (k_s \cdot j_1)^2) \quad (2.1)$$

или

$$P_{e_1} = e_1 \cdot i_{e_1} = G_1 \cdot (k_1 \cdot e_1)^2 + G_2 \cdot (k_2 \cdot e_1)^2 + \dots + G_p \cdot (k_p \cdot e_1)^2 + \sum_{q=1}^{vs} (\pm G_{eq} \cdot (k_q \cdot e_1)^2) + \sum_{s=1}^{cs} (\pm G_{js} \cdot (k_s \cdot e_1)^2) \quad (2.2)$$

4) Съставя се система от $(m-1)$ на брой уравнения, записани по останалите неизползвани съотношения по втори (или първи) закон на Кирхоф и от системата се извеждат зависимости спрямо един от предавателните коефициенти (примерно спрямо k_1), т.е. $k_2 = f_2(k_1)$; $k_3 = f_3(k_1)$; ...; $k_m = f_m(k_1)$.

5) Уравнението за мощността (2.1) или (2.2) се диференцират по k_1 като се приема, че $P_{j_1} = const$ или $P_{e_1} = const$, т.е.

$$\frac{\partial P_{j_1}}{\partial k_1} = 0 = \frac{\partial}{\partial k_1} \left[R_1 \cdot (k_1 \cdot j_1)^2 + R_2 \cdot (k_2 \cdot j_1)^2 + \dots + R_p \cdot (k_p \cdot j_1)^2 + \sum_{q=1}^{vs} (\pm R_{eq} \cdot (k_q \cdot j_1)^2) + \sum_{s=1}^{cs} (\pm R_{js} \cdot (k_s \cdot j_1)^2) \right] \quad (2.3)$$

или

$$\frac{\partial P_{e_1}}{\partial k_1} = 0 = \frac{\partial}{\partial k_1} \left[G_1 \cdot (k_1 \cdot e_1)^2 + G_2 \cdot (k_2 \cdot e_1)^2 + \dots + G_p \cdot (k_p \cdot e_1)^2 + \sum_{q=1}^{vs} (\pm G_{eq} \cdot (k_q \cdot e_1)^2) + \sum_{s=1}^{cs} (\pm G_{js} \cdot (k_s \cdot e_1)^2) \right], \quad (2.4)$$

откъдето следва :

$$0 = 2R_1 \cdot k_1 \cdot J_1^2 + 2R_2 \cdot f'_{2,k_1}(k_1) \cdot J_1^2 + \dots + 2R_p \cdot f'_{p,k_1}(k_1) \cdot J_1^2 + \\ + 2 \sum_{q=1}^{vs} (\pm R_{eq}) \cdot f'_{q,k_1}(k_1) \cdot J_1^2 + 2 \sum_{s=1}^{cs} (\pm R_{es}) \cdot f'_{s,k_1}(k_1) \cdot J_1^2 \quad (2.5)$$

или

$$0 = 2G_1 \cdot k_1 \cdot e_1^2 + 2G_2 \cdot f'_{2,k_1}(k_1) \cdot e_1^2 + \dots + 2G_p \cdot f'_{p,k_1}(k_1) \cdot e_1^2 + \\ + 2 \sum_{q=1}^{vs} (\pm G_{eq}) \cdot f'_{q,k_1}(k_1) \cdot e_1^2 + 2 \sum_{s=1}^{cs} (\pm G_{es}) \cdot f'_{s,k_1}(k_1) \cdot e_1^2 \quad (2.6)$$

В уравнения (2.5) и (2.6) всички членове в дясно се съкращават на $2J_1^2$ или $2e_1^2$ и се получава уравнение от вида:

$$0 = f(k_1; R_1; R_2; \dots; R_p; R_{e1}; R_{e2}; \dots; R_{e,vs}; R_{j1}; R_{j2}; \dots; R_{j,cs}). \quad (2.7)$$

6) В последното уравнение се полага $R_{eq} = \frac{e_q}{i_q(k_1)}$ и $R_{js} = \frac{u_{js}(k_1)}{j_s}$ и уравнение (2.7) може да се реши относно k_1 аналитично или чрез подходящ числен метод.

7) На базата на намерената стойност на предавателния коефициент k_1 се изчисляват останалите k_{m-1} коефициента, както и токовете и напреженията на веригата.

2.1.3. Методика на вариационен анализ на ЛЕВ при хармоничен режим с основните закони за ЕВ в комбинация с комплексния метод.

Прилагането на комплексния метод за анализ на една ЛЕВ, работеща при хармоничен режим, е необходимо да се въведат комплексните параметри на елементите на тази верига и да се състави нейната комплексна заместваща схема.

1) В изследваната верига се избира базисен източник (на е.д.т. с ток \dot{J}_1 или е.д.н. с напрежение \dot{E}_1). Въвежда се двойка клеми (а) и (б), разделящи веригата на базисен източник и резистивна част, като всички останали източници (на е.д.н. или е.д.т.) се разглеждат като комплексни съпротивления (Z_{eq} или Z_{js}) съгласно закона на Ом.

2) Въвеждат се m на брой комплексни предавателни коефициенти $\dot{K}_1; \dot{K}_2; \dots; \dot{K}_m$ спрямо комплексните токовете през елементите (напрежителните падове върху тях) формално по първи (или втори) закон на Кирхоф, като $\dot{I}_1 = \dot{K}_1 \cdot \dot{J}_1; \dot{I}_2 = \dot{K}_2 \cdot \dot{J}_1; \dots; \dot{I}_m = \dot{K}_m \cdot \dot{J}_1$ (или $\dot{U}_1 = \dot{K}_1 \cdot \dot{E}_1; \dot{U}_2 = \dot{K}_2 \cdot \dot{E}_1; \dots; \dot{U}_m = \dot{K}_m \cdot \dot{E}_1$).

3) Съставя се уравнение по метода с баланса на мощностите, като в лявата част на уравнението е комплексната псевдомощност на базисния източник $\dot{S}_{j1pseudo} = \dot{U}_{j1} \cdot \dot{J}_1$ (или $\dot{S}_{\dot{E}1pseudo} = \dot{E}_1 \cdot \dot{J}_E$), а в дясно е комплексната псевдомощност на пасивните елементи $\dot{S}_{Zpseudo} = (\mathbf{Z} \cdot \dot{I}) \dot{I} = \mathbf{Z} \cdot \dot{I}^2$, включваща p на брой комплексни съпротивления, както и комплексните съпротивления на vs на брой източници на е.д.н. ($Z_{\dot{E}1}; Z_{\dot{E}2}; \dots; Z_{\dot{E},vs}$) и cs на брой източници на е.д.т. ($Z_{j1}; Z_{j2}; \dots; Z_{j,cs}$).

$$\begin{aligned} \dot{S}_{j1pseudo} = \dot{U}_{j1} \cdot \dot{J}_1 = Z_1 \cdot (\dot{K}_1 \cdot \dot{J}_1)^2 + Z_2 \cdot (\dot{K}_2 \cdot \dot{J}_1)^2 + \dots + Z_p \cdot (\dot{K}_p \cdot \dot{J}_1)^2 + \\ + \sum_{q=1}^{vs} (\pm Z_{eq} \cdot (\dot{K}_q \cdot \dot{J}_1)^2) + \sum_{s=1}^{cs} (\pm Z_{js} \cdot (\dot{K}_s \cdot \dot{J}_1)^2) \end{aligned} \quad (2.12)$$

или

$$\begin{aligned} \dot{S}_{\dot{E}1pseudo} = \dot{E}_1 \cdot \dot{J}_E = Y_1 \cdot (\dot{K}_1 \cdot \dot{E}_1)^2 + Y_2 \cdot (\dot{K}_2 \cdot \dot{E}_1)^2 + \dots + Y_p \cdot (\dot{K}_p \cdot \dot{E}_1)^2 + \\ + \sum_{q=1}^{vs} (\pm Y_{eq} \cdot (\dot{K}_q \cdot \dot{E}_1)^2) + \sum_{s=1}^{cs} (\pm Y_{js} \cdot (\dot{K}_s \cdot \dot{E}_1)^2) \end{aligned} \quad (2.13)$$

4) Съставя се система от $(m-1)$ на брой уравнения, записани по останалите неизползвани съотношения по втори (или първи) закон на Кирхоф и от системата се извеждат зависимости спрямо един от предавателните коефициенти (примерно спрямо \dot{K}_1), т.е $\dot{K}_2 = F_2(\dot{K}_1); \dot{K}_3 = F_3(\dot{K}_1); \dots; \dot{K}_m = F_m(\dot{K}_1)$. Тук $m = p + vs + cs$.

5) Уравненията за комплексната псевдомощност (2.12) или (2.13) се диференцират по \dot{K}_1 , като се приема, че $\dot{S}_{j1pseudo} = const$ или $\dot{S}_{\dot{E}1pseudo} = const$.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{S}_{j_1 pseudo}}{\partial \dot{K}_1} = 0 = \\ = \frac{\partial}{\partial \dot{K}_1} \left\{ Z_1 \cdot (\dot{K}_1 \cdot \dot{J}_1)^2 + Z_2 \cdot (\dot{K}_2 \cdot \dot{J}_1)^2 + \dots + Z_p \cdot (\dot{K}_p \cdot \dot{J}_1)^2 + \right. \\ \left. + \sum_{q=1}^{vs} (\pm Z_{eq} \cdot (\dot{K}_q \cdot \dot{J}_1)^2) + \sum_{s=1}^{cs} (\pm Z_{js} \cdot (\dot{K}_s \cdot \dot{J}_1)^2) \right\} \end{aligned} \quad (2.14)$$

или

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{S}_{\dot{E}_1 pseudo}}{\partial \dot{K}_1} = 0 = \\ = \frac{\partial}{\partial \dot{K}_1} \left\{ Y_1 \cdot (\dot{K}_1 \cdot \dot{E}_1)^2 + Y_2 \cdot (\dot{K}_2 \cdot \dot{E}_1)^2 + \dots + Y_p \cdot (\dot{K}_p \cdot \dot{E}_1)^2 + \right. \\ \left. + \sum_{q=1}^{vs} (\pm Y_{eq} \cdot (\dot{K}_q \cdot \dot{E}_1)^2) + \sum_{s=1}^{cs} (\pm Y_{js} \cdot (\dot{K}_s \cdot \dot{E}_1)^2) \right\}, \end{aligned} \quad (2.15)$$

откъдето следва :

$$\begin{aligned} 0 = 2Z_1 \cdot \dot{K}_1 \cdot \dot{J}_1^2 + 2Z_2 \cdot F'_{2, \dot{K}_1}(\dot{K}_1) \cdot \dot{J}_1^2 + \dots + 2Z_p \cdot F'_{p, \dot{K}_1}(\dot{K}_1) \cdot \dot{J}_1^2 + \\ + 2 \sum_{q=1}^{vs} (\pm Z_{eq}) \cdot F'_{q, \dot{K}_1}(\dot{K}_1) \cdot \dot{J}_1^2 + 2 \sum_{s=1}^{cs} (\pm Z_{js}) \cdot F'_{s, \dot{K}_1}(\dot{K}_1) \cdot \dot{J}_1^2 \end{aligned} \quad (2.16)$$

или

$$\begin{aligned} 0 = 2Y_1 \cdot \dot{K}_1 \cdot \dot{E}_1^2 + 2Y_2 \cdot F'_2(\dot{K}_1) \cdot \dot{E}_1^2 + \dots + 2Y_p \cdot F'_p(\dot{K}_1) \cdot \dot{E}_1^2 + \\ + 2 \sum_{q=1}^{vs} (\pm Y_{eq}) \cdot F'_q(\dot{K}_1) \cdot \dot{E}_1^2 + 2 \sum_{s=1}^{cs} (\pm Y_{js}) \cdot F'_s(\dot{K}_1) \cdot \dot{E}_1^2 \end{aligned} \quad (2.17)$$

В уравнения (2.16) и (2.17) всички членове в дясно се съкращават на $2\dot{J}_1^2$ и $2\dot{E}_1^2$ и се получава уравнение от вида:

$$0 = f(\dot{K}_1, Z_1, Z_2, \dots, Z_p, Z_{\dot{E}_1}, Z_{\dot{E}_2}, \dots, Z_{\dot{E}_{vs}}, Z_{j_1}, Z_{j_2}, \dots, Z_{j_{cv}}). \quad (2.18)$$

6) В последното уравнение се заместват $Z_{\dot{E}_q} = \frac{\dot{E}_q}{\dot{I}_{\dot{E}_q}(\dot{K}_1)}$ и $Z_{j_s} = \frac{\dot{J}_s}{\dot{I}_s(\dot{K}_1)}$ (или $Z_{\dot{E}_q} = \frac{\dot{E}_q(\dot{K}_1)}{\dot{I}_{\dot{E}_q}}$ и $Z_{j_s} = \frac{\dot{J}_s(\dot{K}_1)}{\dot{J}_s}$) и уравнение (2.18) може да се реши относно

\dot{K}_1 аналитично или чрез подходящ числен метод.

7) На базата на намерената стойност на предавателния коефициент \dot{K}_1 се изчисляват останалите \dot{K}_{m-1} коефициента, както и токовете и напреженията на веригата.

Методиките, представени и приложени в примерните решения в разделите на **Глава II**, дават верни числени резултати за търсените реакции на разгледаните ЛЕВ.

Глава III. Вариационен анализ на нелинейни електрически вериги.

В тази глава методът с предавателните коефициенти е приложен за изследване на установени процеси в НЕВ с постоянни и хармонични източници. Представени са пет на брой методики, като четири от тях са за вариационен анализ с предавателни коефициенти на резисторни НЕВ при постояннотоков и хармоничен режим, а последната методика прилага метода с предавателните коефициенти за анализ на НЕВ с реактивни елементи при установен променливотоков режим на работа.

3.1. Вариационен анализ с предавателни коефициенти на НЕВ при постояннотоков режим на работа.

В този раздел са описани три методики за вариационен анализ с предавателни коефициенти на резисторни НЕВ при постояннотоков режим на работа. В отделните методики изразяването на предавателните коефициенти се осъществява посредством методът с основните закони за ЕВ, методът с контурните токове и методът с възловите потенциали.

3.1.1. Методика за вариационен анализ на НЕВ с постоянни източници посредством основните закони за ЕВ при постояннотоков режим на работа.

1) В изследваната верига се избира базисен източник (на е.д.т. с ток j_1 или е.д.н. с напрежение e_1). Въвежда се двойка клеми (а) и (b), разделящи веригата на базисен източник и резистивна част, включваща линейни и нелинейни резистори, както и останалите източници (на е.д.н. или е.д.т.), еквивалентно преобразувани в резистори, съгласно закона на Ом, с положително или отрицателно съпротивление R_{eq} или R_{js} .

2) Въвеждат се m на брой предавателни коефициенти $k_1; k_2; \dots; k_m$ спрямо токовете през елементите (напрежителните падове върху тях) формално по първи (втори) закон на Кирхоф, както следва:

$i_1 = k_1 \cdot j_1; i_2 = k_2 \cdot j_1; \dots; i_m = k_m \cdot j_1$ (или $u_1 = k_1 \cdot e_1; u_2 = k_2 \cdot e_1; \dots; u_m = k_m \cdot e_1$).

3) Съставя се уравнение по метода с баланса на мощностите, като в лявата част на уравнението формира мощността на базисния източник, а в дясно са записани мощностите на резистивните елементи, включващи p на брой линейни резистора, n на брой нелинейни резистора, както и съпротивленията на останалите източници на е.д.н., които са vs на брой $(R_{e1}; R_{e2}; \dots; R_{e,vs})$ и съпротивленията на останалите източници на е.д.т. $(R_{j1}; R_{j2}; \dots; R_{j,cs})$, който са cs на брой.

$$\begin{aligned} P_{j_1} = u_{j_1} \cdot j_1 = & R_1 \cdot (k_1 \cdot j_1)^2 + R_2 \cdot (k_2 \cdot j_1)^2 + \dots \\ & + R_p \cdot (k_p \cdot j_1)^2 + R_{HE1} \cdot (k_{p+1} \cdot j_1)^2 + R_{HE2} \cdot (k_{p+2} \cdot j_1)^2 + \dots, \quad (3.1) \\ & + R_{HEN} \cdot (k_{p+n} \cdot j_1)^2 + \sum_{q=1}^{vs} (\pm R_{eq} \cdot (k_q \cdot j_1)^2) + \sum_{s=1}^{cs} (\pm R_{js} \cdot (k_s \cdot j_1)^2) \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} P_{e1} = e_1 \cdot i_{e1} = & G_1 \cdot (k_1 \cdot e_1)^2 + G_2 \cdot (k_2 \cdot e_1)^2 + \dots \\ & + G_p \cdot (k_p \cdot e_1)^2 + G_{HE1} \cdot (k_{p+1} \cdot e_1)^2 + G_{HE2} \cdot (k_{p+2} \cdot e_1)^2 + \dots \quad (3.2) \\ & + G_{HEN} \cdot (k_{p+n} \cdot e_1)^2 + \sum_{q=1}^{vs} (\pm G_{eq} \cdot (k_q \cdot e_1)^2) + \sum_{s=1}^{cs} (\pm G_{js} \cdot (k_s \cdot e_1)^2) \end{aligned}$$

4) Съставя се система от $(m-1)$ на брой уравнения, записани съгласно втори или първи закон на Кирхоф и от системата се извеждат зависимости спрямо един от предавателните коефициенти (примерно спрямо k_1), т.е. $k_2 = f_2(k_1); k_3 = f_3(k_1); \dots; k_m = f_m(k_1)$.

5) Уравнението за баланса на мощностите (3.1) или (3.2) се диференцира по k_1 като се приема, че $P_{j_1} = const$ или $P_{e_1} = const$, т.е.:

$$\frac{\partial P_{j_1}}{\partial k_1} = 0 = \frac{\partial}{\partial k_1} \left[\begin{aligned} & R_1 \cdot (k_1 \cdot j_1)^2 + R_2 \cdot (k_2 \cdot j_1)^2 + \dots + R_p \cdot (k_p \cdot j_1)^2 + \\ & + R_{HE1} \cdot (k_{p+1} \cdot j_1)^2 + R_{HE2} \cdot (k_{p+2} \cdot j_1)^2 + \dots + R_{HEN} \cdot (k_{p+n} \cdot j_1)^2 + \\ & + \sum_{q=1}^{vs} (\pm R_{eq} \cdot (k_q \cdot j_1)^2) + \sum_{s=1}^{cs} (\pm R_{js} \cdot (k_s \cdot j_1)^2) \end{aligned} \right], \quad (3.3)$$

или

$$\frac{\partial P_{e1}}{\partial k_1} = 0 = \frac{\partial}{\partial k_1} \left[\begin{aligned} &G_1 \cdot (k_1 \cdot e_1)^2 + G_2 \cdot (k_2 \cdot e_1)^2 + \dots + G_p \cdot (k_p \cdot e_1)^2 + \\ &+ G_{HE1} \cdot (k_{p+1} \cdot e_1)^2 + G_{HE2} \cdot (k_{p+2} \cdot e_1)^2 + \dots + G_{HEN} \cdot (k_{p+n} \cdot e_1)^2 + \\ &+ \sum_{q=1}^{vs} (\pm G_{eq} \cdot (k_q \cdot e_1)^2) + \sum_{s=1}^{cs} (\pm G_{js} \cdot (k_s \cdot e_1)^2) \end{aligned} \right], \quad (3.4)$$

ОТКЪДЕТО СЛЕДВА

$$\begin{aligned} 0 = &2R_1 \cdot k_1 \cdot j_1^2 + 2R_2 \cdot f'_{2,k_1}(k_1) \cdot j_1^2 + \dots + 2R_p \cdot f'_{p,k_1}(k_1) \cdot j_1^2 + \\ &+ 2R_{HE1} \cdot f'_{p+1,k_1}(k_1) \cdot j_1^2 + 2R_{HE2} \cdot f'_{p+2,k_1}(k_1) \cdot j_1^2 + \dots + 2R_{HEN} \cdot f'_{p+n,k_1}(k_1) \cdot j_1^2 + \dots, \quad (3.5) \\ &+ 2 \sum_{q=1}^{vs} (\pm R_{eq}) \cdot f'_{q,k_1}(k_1) \cdot j_1^2 + 2 \sum_{s=1}^{cs} (\pm R_{es}) \cdot f'_{s,k_1}(k_1) \cdot j_1^2 \end{aligned}$$

ИЛИ

$$\begin{aligned} 0 = &2G_1 \cdot k_1 \cdot e_1^2 + 2G_2 \cdot f'_{2,k_1}(k_1) \cdot e_1^2 + \dots + 2G_p \cdot f'_{p,k_1}(k_1) \cdot e_1^2 + \\ &+ 2G_{HE1} \cdot f'_{p+1,k_1}(k_1) \cdot e_1^2 + 2G_{HE2} \cdot f'_{p+2,k_1}(k_1) \cdot e_1^2 + \dots + 2G_n \cdot f'_{p+n,k_1}(k_1) \cdot e_1^2 + \dots, \quad (3.6) \\ &+ 2 \sum_{q=1}^{vs} (\pm G_{eq}) \cdot f'_{q,k_1}(k_1) \cdot e_1^2 + 2 \sum_{s=1}^{cs} (\pm G_{es}) \cdot f'_{s,k_1}(k_1) \cdot e_1^2 \end{aligned}$$

В уравнения (3.5) и (3.6) всички членове в дясно се съкращават на $2j_1^2$ или $2e_1^2$, и се получава уравнение от вида:

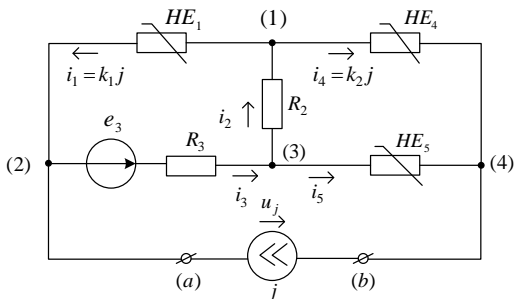
$$0 = f \left(\begin{array}{l} k_1; R_1; R_2; \dots; R_p; R_{HE1}; R_{HE2}; \dots; R_{HEN}; \\ R_{e1}; R_{e2}; \dots; R_{e,vs}; R_{j1}; R_{j2}; \dots; R_{j,cs} \end{array} \right). \quad (3.7)$$

6) В последното уравнение се заместват $R_{HE} = \frac{u_{HE}}{i_{HE}(k_1)} \left(R_{HE} = \frac{u_{HE}(k_1)}{i_{HE}} \right)$, $R_{eq} = \frac{e_q}{i_q(k_1)}$ и $R_{js} = \frac{u_{js}(k_1)}{j_s}$ и то се решава относно k_1 аналитично или чрез подходящ числен метод.

7) На базата на намерената стойност на предавателния коефициент k_1 се изчисляват останалите k_{m-1} коефициента, както и токовете и напреженията във веригата.

3.1.2. Приложение на методиката за вариационен анализ на НЕВ с основните закони за ЕВ при постояннотоков режим на работа.

Пример 3.1: Дадена е нелинейна верига от фиг. 3.1 със следните параметри: $i_1 = a.u_1^2$ ($a = 0,04 \text{ A/V}^2$); $R_2 = 20 \Omega$; $R_3 = 50 \Omega$; $u_4 = b.i_4^2$ ($b = 200 \text{ V/A}^2$); $u_5 = c.i_5^2$ ($c = 400 \text{ V/A}^2$); $j = 1\text{A}$; $e_3 = 80\text{V}$. Да се определят клоновите токове i_1 , i_2 , i_3 , i_4 и i_5 посредством вариационния метод с предавателните коефициенти по ток.



Фиг. 3.1 Схема на ЕВ от пример 3.1.

Решение:

За базисен източник на веригата се избира източникът на е.д.т. j . Към резистивната част от веригата се отчита и съпротивлението на източника на съпротивлението на източника на е.д.н. e_3 : $R_{e3} = \frac{e_3}{i_3}$. Въвеждат се

предавателните коефициенти по ток: $k_1 = \frac{i_1}{j}$, $k_2 = \frac{i_4}{j}$. По първи закон на

Кирхоф се изразяват и останалите токове във веригата: $i_1 = k_1 \cdot j$, $i_2 = (k_1 + k_2) \cdot j$, $i_3 = (k_1 + 1) \cdot j$, $i_4 = k_2 \cdot j$ и $i_5 = (1 - k_2) \cdot j$. Уравнението за баланса на мощностите във веригата е следното:

$$\begin{aligned}
 P_j &= u_j j = \text{const} = \\
 &= R_{HE1} \cdot i_1^2 + R_2 \cdot i_2^2 + (R_3 - R_{e3}) \cdot i_3^2 + R_{HE4} \cdot i_4^2 + R_{HE5} \cdot i_5^2 = \\
 &= R_{HE1} \cdot (k_1 \cdot j)^2 + R_2 \cdot [(k_1 + k_2) \cdot j]^2 + (R_3 - R_{e3}) \cdot [(k_1 + 1) \cdot j]^2 + \\
 &+ R_{HE4} \cdot (k_2 \cdot j)^2 + R_{HE5} \cdot [(1 - k_2) \cdot j]^2
 \end{aligned} \quad (3.8)$$

Съставя се уравнение по втори закон на Кирхоф за горния ляв контур на веригата, като посредством уравнението се дава връзката между двата предавателни коефициента: $\sqrt{\frac{k_1 \cdot j}{a}} + R_2 \cdot (k_1 + k_2) \cdot j + R_3 \cdot (k_1 + 1) \cdot j = e_3$. От тук се изразява следната нелинейна зависимост: $k_2 = -3,5k_1 - 0,25\sqrt{k_1} + 1,5$, която се замества в уравнение (3.8).

$$\text{Уравнение (3.8) се диференцира по } k_1, \text{ т.е. } \frac{\partial P_j}{\partial k_1} = 0. \quad (3.9)$$

В уравнение (3.9) се заместят изразите за съпротивленията на трите нелинейни резистора и източника на напрежение, приет в решението на вариационната задача за товар, както следва:

$$R_{HE1}(k_1) = \frac{u_1}{i_1} = \frac{1}{\sqrt{a \cdot k_1 \cdot j}}, \quad R_{HE4}(k_1) = \frac{u_4}{i_4} = -700k_1 - 50\sqrt{k_1} + 300,$$

$$R_{HE5}(k_1) = \frac{u_5}{i_5} = 1400k_1 + 100\sqrt{k_1} - 200 \quad \text{и} \quad R_{e3}(k_1) = \frac{e_3}{i_3} = \frac{80}{k_1 + 1}.$$

След заместване на изразите за съпротивленията, уравнение (3.9) получава следния вид:

$$17150k_1^2 + 3062,5k_1^{3/2} + 5425k_1 + 575,63k_1^{1/2} - 95k_1^{-1/2} - 2646,25 = 0. \quad (3.10)$$

Уравнение (3.10) е нелинейно спрямо предавателния коефициент k_1 , с едно реално решение: $k_1 = 0,23454$.

Следва определянето на вторият предавателен коефициент k_2 : $k_2 = -3,5k_1 - 0,25\sqrt{k_1} + 1,5 = 0,558$.

Търсените клонови токове във веригата се изразяват посредством намерените предавателни коефициенти, както следва:

$$i_1 = k_1 \cdot j = 0,23454 \text{ A}; \quad i_2 = (k_1 + k_2) \cdot j = 0,7926 \text{ A}; \quad i_3 = (k_1 + 1) \cdot j = 1,23454 \text{ A};$$

$$i_4 = k_2 \cdot j = 0,558 \text{ A} \quad \text{и} \quad i_5 = (1 - k_2) \cdot j = 0,442 \text{ A}.$$

В другите две методики изразяването на предавателните коефициенти се осъществява посредством методът с контурните токове и методът с възловите потенциали.

3.2. Вариационен анализ с предавателни коефициенти на НЕВ с хармонични източници с използване на основните закони за ЕВ при установен променливотоков режим на работа.

В този раздел са представени две методики за анализ на НЕВ посредством вариационния анализ с предавателни коефициенти и метода с предавателните коефициенти за изследване на стационарни процеси в нелинейни НЕВ с хармонични източници.

3.2.1. Методика за вариационен анализ с предавателни коефициенти за резисторни НЕВ с хармонични източници при установен променливотоков режим на работа.

Методиката наподобява предходната, представена в т. **3.1.1**, но тук анализът се осъществява посредством изследване на моментната мощност на базисния източник.

3.2.3. Методика за анализ с предавателни коефициенти за НЕВ с реактивни елементи и хармонични източници при установен променливотоков режим на работа.

Анализът на стационарни процеси в НЕВ във временната област се осъществява посредством техниките за изследване на преходни процеси в същите вериги. За целта в анализираната ЕВ се предизвиква преходен процес (примерно чрез включване на базисният източник към дадената верига). Изследването на преходния процес изисква въвеждане на началните условия на предавателните коефициенти. Решението за стационарните процеси в НЕВ при променливотоков режим се намира след установяването на предизвикания преходен процес във веригата.

Методиките, представени и приложени в примерните решения в разделите на *Глава III*, дават верни числени резултати за търсените реакции на разгледаните НЕВ.

Глава IV. Анализ посредством метода с предавателните коефициенти на преходни процеси в електрически вериги.

В настоящата глава е приложен директно методът с предавателните коефициенти за анализ на преходни процеси в ЛЕВ и НЕВ. Методът с предавателните коефициенти при анализ на преходни процеси в ЕВ се прилага с малко по-различна процедура, защото основната техника на изчисление е базирана върху използването на числени методи (особено за анализ на НЕВ).

Представени са три методики за анализ с предавателни коефициенти на преходни процеси в ЛЕВ и НЕВ от първи и по-висок ред с постоянни или хармонични източници.

Представени са числени примери с реални електрически вериги, които демонстрират възможностите на метода с предавателните коефициенти.

4.1. Метод с предавателните коефициенти за анализ на преходни процеси в ЕВ с използване на основните закони за ЕВ при наличие на постоянни източници.

В настоящия раздел е въведена специална методика, която позволява оптимизиране на числените решения, получени от анализа на преходни процеси в ЕВ при наличие на постоянни източници. Решението включва предикторни и коректорни уравнения, решени с формулите за числено интегриране на Нютон-Коутс. Коректорните уравнения са базирани на баланса на мощността в изследваната ЕВ. Направената оптимизация повишава точността на получените решения. Тук са представени две методики за анализ на преходни процеси във вериги от първи ред и ред по-висок от първи. Методиката за прилагане на метода с предавателните коефициенти за анализ на преходни процеси в ЕВ от първи ред с постоянни източници, включена в т. 4.1.1. е частен случай на следващата методика.

4.1.3. Методика за анализ с предавателни коефициенти на преходни процеси в ЕВ с постоянни източници посредством метода с предавателните коефициенти.

1) Избор на базисен източник (на е.д.т. с ток j_l или е.д.н. с напрежение e_l) от анализираната верига. Определяне на двойка възли (а) и (b), разделящи веригата на базисен източник и резистивна част, като всички останали източници (на е.д.т. и е.д.н.) се разглеждат като резистори съгласно формално приложение на закона на Ом с положително или отрицателно съпротивление $R_{js}(t)$ и $R_{eq}(t)$.

2) Въвеждат се m на брой предавателни коефициенти $k_1; k_2; \dots; k_m$, като броя m съвпада с броя на реактивните елементи в разглежданата ЕВ. Предавателните коефициенти дават връзките на протичащите токовете през реактивните елементи или напрежителните падове върху тях с базисния източник, както следва: $i_s(t) = k_s(t) \cdot j_l$ и $u_s(t) = k_s(t) \cdot j_l$ (или $u_s(t) = k_s(t) \cdot e_l$ и $i_s(t) = k_s(t) \cdot e_l$) и $s = 1 \div m$.

3) Съставя се система от m на брой диференциални уравнения, използвайки първи и втори закон на Кирхоф за анализирания верига. След това системата уравнения се превежда в нормализирана форма. Уравненията в системата има следния вид:

$$\frac{dk_s(t)}{dt} = f_s [k_1(t); \dots; k_m(t); R_1; \dots; R_q; C_1; \dots; C_p; L_{p+1}; \dots; L_m]. \quad (4.22)$$

Това е системата предиктор на изчислителния процес. Следва изчисляване на няколко начални стойности, например с помощта на числения метод Рунге-Кута-4. Първите p стъпки, се правят равномерно с размер на стъпката $h = \frac{t_p - t_0}{p}$ в интервала от време $(t_0; t_p)$.

4) Съставя се система от m на брой интегрални уравнения. Първото от тях е съставено на базата на баланса на моментната мощност за елементите в ЕВ, а останалите $(m-1)$ уравнения се вземат от системата -предиктор, след като се интегрират, т.е. системата - коректор има вида:

$$\begin{aligned} & \int_{t_0}^{t_p} \left\{ P_{source} [k_1(t); \dots; k_m(t)] - \sum_{s=1}^q P_{R_s} [k_1(t); \dots; k_m(t)] \right\} dt = \\ & = \int_{t_0}^{t_p} P_{R.E.} [k_1(t); \dots; k_m(t)] dt = \\ & = W_{R.E.} [k_1(t_p); \dots; k_m(t_p)] - W_{R.E.} [k_1(t_0); \dots; k_m(t_0)] \\ & k_s(t) = \int_{t_0}^{t_p} f_s \left[k_1(t); \dots; k_m(t); R_1; \dots; \right. \\ & \left. R_q; C_1; \dots; C_p; L_{p+1}; \dots; L_m \right] dt \end{aligned} \quad , \quad (4.23)$$

където $P_{R.E.}$ и $W_{R.E.}$ са моментната мощност на първи реактивен елемент и съответната натрупана енергия в него.

При оптимизационната процедура се извършва числено интегриране по формула на Нютон - Коутс от висок порядък (например интеграционна формула от 6-ти порядък). Оптимизацията се повтаря за всяка следваща стойност на предавателните коефициенти $k_l(t) \div k_m(t)$ до края на периода, в който се изчислява преходния процес.

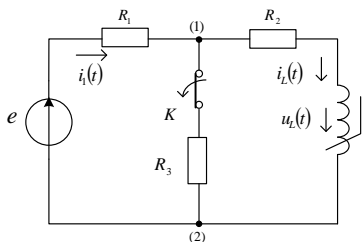
4.1.2. Приложение на методиката за анализ на преходни процеси в ЕВ от първи ред с постоянни източници посредством метода с предавателните коефициенти.

Пример 4.2: Дадена е НЕВ на фиг. 4.7 с параметри на елементите: $R_1 = 120 \Omega$; $R_2 = 5 \Omega$; $R_3 = 0,2 \Omega$; $e = 250 V$; $i_L(t) = 0,5 \Psi_L^2(t)$. Да се определи тока $i_L(t)$, протичащ през нелинейната бобина, прилагайки вариационен анализ.

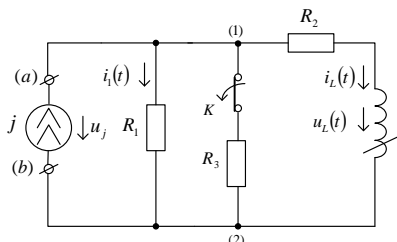
Решение:

На фиг. 4.8 е представена еквивалентната схема на анализираната верига, в която неидеалния източник на напрежение e е преобразуван в неидеален източник на ток $j = \frac{e}{R_1} = \frac{25}{12} A$. Източникът на ток се избира за базисен източник на веригата. Въвежда се предавателният коефициент по ток $k(t) = \frac{i_L(t)}{j}$. Клоновите токове във веригата след комутацията, изразени чрез предавателния коефициент, са $i_1(t) = [1 - k(t)]j$ и $i_L(t) = k(t)j$. Напрежителният пад върху нелинейната бобина, изразен посредством предавателния коефициент, има вида :

$$u_L(t) = \frac{d\Psi_L(t)}{dt} = \frac{d}{dt} [\sqrt{2i_L(t)}] = \frac{d}{dt} [\sqrt{2k(t)j}] = \frac{dk(t)}{dt} \cdot \sqrt{\frac{j}{2k(t)}}$$



Фиг. 4.7 Схема на НЕВ от пример 4.2.



Фиг. 4.8 Еквивалентна схема на НЕВ от пример 4.2

Съставя се система уравнения на базата на първи закон на Кирхоф за възел (1) и втория закон на Кирхоф за левия и външния контур на веригата от фиг. 4.8 след комутацията:

$$\begin{cases} j = i_1(t) + i_L(t) \\ u_j(t) = R_2 i_L(t) + u_L(t) \\ u_j(t) = R_1 i_1(t) \end{cases} \quad (4.16)$$

Системата се решава спрямо предавателния коефициент $k(t)$, имайки предвид, че индуктивността на бобината е: $L(t) = \frac{2}{\Psi_L(t)} = \sqrt{\frac{2}{i_L(t)}}$ и нейното напрежение е: $u_L(t) = L(t) \frac{di_L}{dt}$.

След изразяване на предавателния коефициент $k(t)$ се получава предикторно уравнение на изчислителния процес:

$$\frac{dk(t)}{dt} = \sqrt{2k(t)} \cdot j \cdot [R_1 - (R_1 + R_2)k(t)] \quad (4.17)$$

Точното (класическото) решение на уравнение (4.17) е следното:

$$k(t) = \frac{12}{50} \left(\frac{3 - 2e^{-25\alpha}}{1,5 + e^{-25\alpha}} \right)^2 \quad (4.18)$$

Токът, протичащ през нелинейната бобина, е:

$$i_L(t) = k(t) \cdot j = 0,5 \left(\frac{3 - 2e^{-25\alpha}}{1,5 + e^{-25\alpha}} \right)^2 A.$$

Коректорното уравнение се извежда, както следва:

$$\int_{t_0}^{t_6} [p_j(t) - p_{R_1}(t) - p_{R_2}(t)] dt = \int_{t_0}^{t_6} p_L(t) dt,$$

където

$$\int_{t_0}^{t_6} [u_j(t) \cdot j - R_1 \cdot i_1^2(t) - R_2 \cdot i_L^2(t)] dt = \int_{t_0}^{t_6} u_L(t) \cdot i_L(t) dt,$$

или

$$\int_{t_0}^{t_6} \left\{ R_1 \cdot j^2 \cdot [1 - k(t)] - R_1 \cdot j^2 \cdot [1 - k(t)]^2 - \right. \\ \left. - R_2 \cdot j^2 \cdot k^2(t) \right\} dt = \int_{t_0}^{t_6} \left[\frac{dk(t)}{dt} \sqrt{\frac{j}{2k(t)}} \right] \cdot k(t) \cdot j dt,$$

или

$$j^2 \cdot \int_{t_0}^{t_6} [R_1 \cdot k(t) - (R_1 + R_2)k^2(t)] dt = \frac{\sqrt{2}}{3} j^{3/2} [k^{3/2}(t_6) - k^{3/2}(t_0)],$$

т.е.

$$k(t_6) = \left\{ 2,5\sqrt{1,5} \int_{t_0}^{t_6} [R_1 \cdot k(t) - (R_1 + R_2)k^2(t)] dt + k^{3/2}(t_0) \right\}^{2/3}. \quad (4.19)$$

Численото интегриране в последното уравнение може да се изпълни чрез формулите на Нютон-Кутс от 6^{ти} порядък (уравнение (4.14)).

Първите 6 стойности на предавателния коефициент $k(t)$ (т.е. $k(t_1); \dots; k(t_6)$), предиктирани на базата на метода Рунге-Кута-4 могат да се подобряват посредством първата оптимизация, използвайки итерационна процедура с оптимизационен коефициент $\alpha_{(r+1)}$:

$$\alpha_{(r+1)} k(t_6) = \left\{ 2,5\sqrt{1,5} \int_{t_0}^{t_6} [R_1 \cdot \alpha_{(r)} k(t) - (R_1 + R_2) [\alpha_{(r)} k(t)]^2] dt + \left[\alpha_{(r)} k(t_0) \right]^{3/2} \right\}^{2/3}, \quad (4.20)$$

където $\alpha_{(0)} = 1$ е началната стойност на оптимизационния коефициент в процедурата на оптимизацията. След завършване на първата оптимизация, първите шест коефициента $k(t)$ могат да се подобрят чрез получения на $(r+1)$ -та итерация оптимизационен коефициент: $k_{cor}(t_1) = \alpha_{(r+1)} \cdot k(t_1)$; $k_{cor}(t_2) = \alpha_{(r+1)} \cdot k(t_2)$; ... ; $k_{cor}(t_6) = \alpha_{(r+1)} \cdot k(t_6)$.

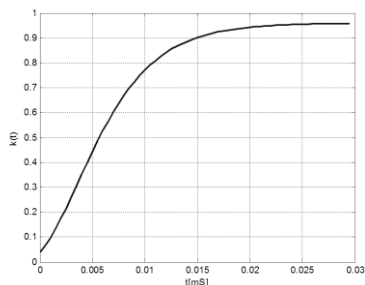
След подобряване на първите шест стойности на предавателния коефициент $k(t)$ стартира втората оптимизация за получаването на стойността му в момента t_7 . За тази цел се използва уравнение (4.19), което е коректор в изчислителния процес, като за седмата стойност на предавателния коефициент $k(t_7)$ то има следния вид:

$$k(t_7) = \left\{ 2,5\sqrt{1,5} \int_{t_1}^{t_7} [R_1 \cdot k(t) - (R_1 + R_2)k^2(t)] dt + k^{3/2}(t_1) \right\}^{2/3}. \quad (4.21).$$

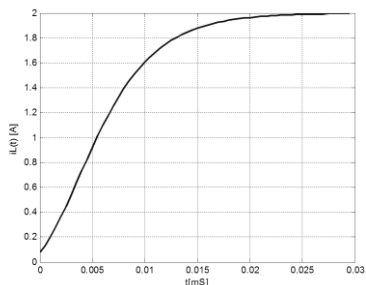
Процедурата на втората оптимизация се повтаря за следващите стойности на предавателния коефициент $k(t_8)$, $k(t_9)$, ... и така до приключване на преходния процес.

Резултатът от изчислителния процес за предавателния коефициент $k(t)$ и изчислената стойност на тока през бобината $i_L(t)$ са представени съответно на фиг. 4.9 и фиг. 4.10.

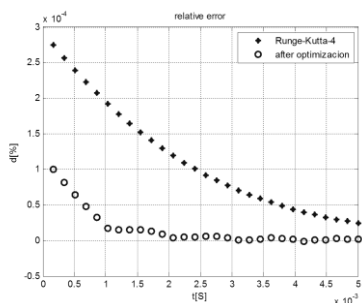
В численото решение на задачата се използва големина на стъпката $h = \frac{1}{3} ms$. Първата оптимизация завършва в момента $t = 2ms$, а втора оптимизация започва веднага след нея.



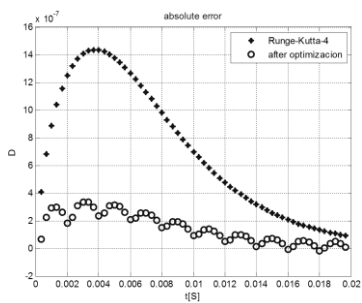
Фиг. 4.9 Предавателният коефициент $k(t)$ в зависимост от времето t .



Фиг. 4.10. Токът през бобината $i_L(t)$ в зависимост от времето t .



Фиг. 4.11 Относителна грешка на численото решение на пример 4.2.



Фиг. 4.12 Абсолютна грешка на численото решение на пример 4.2.

На фиг. 4.11. е представена относителната грешка d [%] за двете изчислителни процедури: посредством метода Рунге-Кута-4 и оптимизираното числено решение посредством метода с предавателните коефициенти. На фиг. 4.12 е представена абсолютната грешка D за двата метода на изчисление.

От последните две фигури ясно се вижда, че оптимизацията в решението може съществено да подобри резултатите на един от най-често използваните числени методи за решение на обикновени диференциални уравнения - методът Рунге-Кута-4. Ако ЕВ е от ред по-висок от първи, то тя съдържа произволен брой реактивни елементи (бобини и кондензатори), резистори, източници на е.д.н.и/или е.д.т. и ключове за комутация и тогава методиката за вариационен анализ има следния вид.

4.2.1. Методика за прилагане на метода с предавателните коефициенти за анализ на преходни процеси в ЕВ с хармонични източници.

1) Избор на базисен източник (на е.д.т. с ток j_1 или е.д.н. с напрежение e_1) от анализираната верига. Определяне на двойка възли (а) и (б), разделящи веригата на базисен източник и резистивна част, като всички други източници (на е.д.т. и е.д.н.) се възприемат като резистори съгласно закона на Ом с положително или отрицателно съпротивление $R_{js}(t)$ и $R_{eq}(t)$.

2) Въвеждат се m на брой предавателни коефициенти $k_1; k_2; \dots; k_m$, като броят m съвпада с броя на реактивните елементи в разглежданата ЕВ. Предавателните коефициенти дават връзките на протичащите токовете през реактивните елементи или напрежителните падове върху тях с базисния източник. Предавателните коефициенти имат следния вид:

$$i_s(t) = \frac{k_s(t)}{j_1(t)} \text{ и } u_s(t) = \frac{k_s(t)}{j_1(t)} \text{ (или } i_s(t) = \frac{k_s(t)}{e_1(t)} \text{ и } u_s(t) = \frac{k_s(t)}{e_1(t)} \text{)}, \quad (4.38)$$

където $s = 1 \div m$.

За анализ на преходните процеси във вериги с хармонични източници предавателните коефициенти са с размерност $[A^2]$, $[V \cdot A]$ или $[V^2]$.

3) Съставя се системата от m на брой диференциални уравнения използвайки първи и втори закон на Кирхоф за анализираната верига. Уравненията в системата се привеждат в нормализирана форма, като техният брой отговаря на реда на ЕВ. Уравненията в системата имат следния вид:

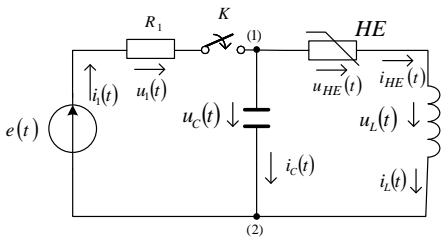
$$\frac{dk_s(t)}{dt} = f_s[k_1(t) \dots k_m(t)]. \quad (4.39)$$

Системата диференциални уравнения е носител на информацията за преходния процес, протичащ в изследваната верига. Процесът на изчисление започва с начални условия на предавателните коефициенти, получени за конкретната ЕВ. Изчислителният процес се прекратява, когато се осъществи условието за периодичност.

Крайното решение може да бъде получено посредством съответен числен метод за интегриране.

4.2.2. Приложение на методиката за анализ на преходни процеси ЕВ с хармонични източници посредством метода с предавателните коефициенти.

Пример 4.6: На фиг. 4.32 е представена НЕВ от втори ред. Параметрите на елементите са следните: $R_1 = 20 \Omega$; $i_L(t) = b \cdot \Psi_L^3(t) = 2 \cdot \Psi_L^3(t)$ $u_{HE}(t) = c \cdot i_{HE}(t) + d \cdot i_{HE}^3(t) = 0,1 \cdot i_{HE}(t) + 0,01 \cdot i_{HE}^3(t)$; $e(t) = 220 \cdot \sin(314 \cdot t) V$ и $C = 500 \mu F$. Да се определи напрежението върху кондензатора $u_C(t)$ и токът през бобината $i_L(t)$ посредством вариационния подход с предавателните коефициенти.



Фиг. 4.32 Схема на ЕВ от пример 4.6.

Решение:

За вариационния анализ на изследваната верига се въвеждат два предавателни коефициента:

$$k_1(t) = u_C(t)e(t) \quad (4.44)$$

$$k_2(t) = i_L(t)e(t) \quad (4.45)$$

Първият предавателен коефициент $k_1(t)$ има размерност $[V^2]$, а вторият коефициент $k_2(t)$ е с размерност $[V \cdot A]$.

Напрежението върху нелинейната бобината е:
$$u_L(t) = \frac{d\psi(t)}{dt}.$$

При анализа трябва да се вземе предвид, че:

$$\frac{di_L(t)}{dt} = 3 \cdot b \cdot \psi^2(t) \frac{d\psi(t)}{dt} \quad (4.46) \quad \text{и} \quad \psi(t) = \sqrt[3]{\frac{i_L(t)}{b}} = \sqrt[3]{\frac{k_2(t)}{b \cdot e(t)}} \quad (4.47)$$

Напрежителният пад върху нелинейната бобина може да бъде изразен както следва:

$$\begin{aligned} u_L(t) &= \frac{d\psi(t)}{dt} = \frac{1}{3 \cdot b \cdot \psi^2(t)} \frac{di_L(t)}{dt} = \\ &= \frac{1}{3 \cdot b \cdot \psi^2(t)} \frac{dk_2(t)}{dt} e(t) - \frac{de(t)}{dt} k_2(t) = \frac{dk_2(t)}{dt} e(t) - \frac{de(t)}{dt} k_2(t) \cdot \\ &= \frac{dk_2(t)}{3 \cdot \sqrt[3]{b \cdot e^4(t)} \cdot k_2^2(t)} \cdot \end{aligned} \quad (4.48)$$

Съставя се система уравнения съгласно законите на Кирхоф, както следва: едно уравнение по първия закон на Кирхоф и по едно уравнение за външния и десения контур на веригата съгласно втория закон на Кирхоф:

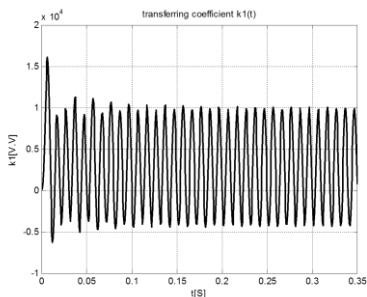
$$\begin{cases} i_1(t) = i_c(t) + i_L(t) \\ R_1 \cdot i_1(t) + R_{HE}(t) i_L(t) + u_L(t) = e(t), \\ R_{HE}(t) i_L(t) + u_L(t) = u_c(t) \end{cases} \quad (4.49)$$

където $R_{HE} = \frac{u_{HE}}{i_{HE}(k_2)}$.

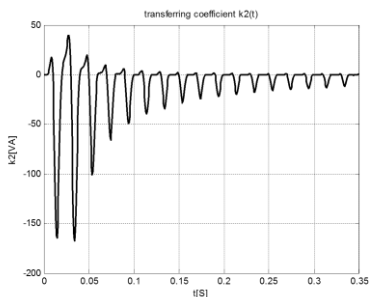
Следва представяне на реакциите на веригата в система уравнения (4.49) посредством двата предавателни коэффициента $k_1(t) = u_c(t)e(t)$ и $k_2(t) = i_L(t)e(t)$ системата се представя в нормализирана форма:

$$\begin{cases} \frac{dk_1(t)}{dt} = \left[\frac{de(t)}{e(t)} - \frac{1}{R_1 C} \right] k_1(t) - \frac{1}{C} k_2(t) + \frac{e^2(t)}{R_1 C} \\ \frac{dk_2(t)}{dt} = 3 \sqrt[3]{b \left[\frac{k_2(t)}{e(t)} \right]^2} k_1(t) + \left\{ \frac{de(t)}{e(t)} - \left(c + d \frac{k_2(t)}{e(t)} \right) \sqrt[3]{b \left[\frac{k_2(t)}{e(t)} \right]^2} \right\} k_2(t) \end{cases} \quad (4.50)$$

Тази система уравнения може да се реши посредством подходящ числен метод за интегриране. Изчислителният процес започва при нулеви начални условия: $k_1(t_0) = 0$ и $k_2(t_0) = 0$.



Фиг. 4.33 Предавателен коэффициент $k_1(t)$ във функция на времето t .



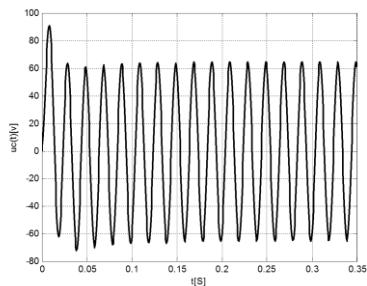
Фиг. 4.34 Предавателен коэффициент $k_2(t)$ във функция на времето t .

Изчислителният процес се прекратява, когато се осъществи условието за периодичност.

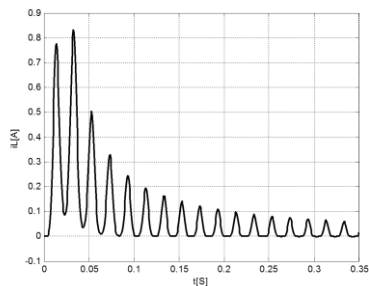
Графиките със стойностите на предавателните коефициенти $k_1(t)$ и $k_2(t)$, са дадени на фиг. 4.33 и фиг. 4.34.

Стойностите на напрежението на кондензатора $u_c(t)$ и тока през нелинейната бобина $i_L(t)$ са представени графично съответно на фиг. 4.35 и фиг. 4.36.

Изчисленията на примерните задачи от **Глава IV**, както и графичните зависимости, представени в решенията, са реализирани с програмен продукт *Matlab*. Програмите са дадени в раздел **Приложение**.



Фиг. 4.35 Напрежението на кондензатора $u_c(t)$ във функция на времето t .



Фиг. 4.36 Токът през нелинейната бобина $i_L(t)$ във функция на времето t .

Представената методика за анализ на преходни процеси в ЕВ с постоянни източници чрез метода с предавателните коефициенти, позволява оптимизация на численото решение. За решението на конкретните задачи в този раздел е приложен методът на Рунге – Кута - 4 за решаване на предикторното уравнение и формулата на Нютон - Коутс от 6^{-ти} порядък за решаване на уравнението -коректор. Методът с използване на предиктор и коректор в решението обезпечава по-голямата точност, при решаване на оптимизационното уравнение. Грешката на метода Рунге – Кута - 4 е

$\varepsilon_{\text{Т.Р.К.}} = \frac{h^5}{5!} f^{(v)}(\xi)$, където ξ е момент в рамките на интервала от време на поредната стъпка от процеса на изчисление. Формулата на Нютон - Коутс от

6^{-ти} порядък има грешка: $\varepsilon_{\text{Т.Н.С.}} = -\frac{h^7}{1400} [10.f^{(vi)}(\xi) + 9h^2.f^{(viii)}(\eta)]$, където ξ

и η са стойности в рамките на интервала за интегриране. По-високата точност на формулите на Нютон-Коутс, при равна стъпка h в двата изчислителни процеса, позволява интеграционните уравнения да са коректор в изчислителната процедура.

Същата методика за вариационен анализ на преходни процеси може да бъде приложена и при ЕВ със специални източници.

Преимущества и недостатъци на вариационния анализ с предавателни коефициенти

Файнман [56] твърди, че вариационният метод е един от най-точните методи за изследване на системи със статистическо поведение. При сложни режими на работа на ЕВ вариационния анализ може да се окаже корективът за вярно решение.

Методът с предавателните коефициенти използва нов комплект междинни неизвестни при анализ на ЕВ - предавателни коефициенти, които се явяват отношение между търсените реакции на ЕВ и параметъра на източник от веригата, избран за базисен. Анализът посредством метода с предавателните коефициенти дава възможност да се разкрият нови свойства на ЕВ, както и да се изследват свойствата на предавателните коефициенти, които са десетки на брой (примерно при анализ на четириполусници се работи с 24 на брой подобни параметъра).

Вариационният анализ с предавателни коефициенти и методът с предавателните коефициенти дава възможност за работа с един предавателен коефициент, за който мощността на базисният източник във веригата е функция на този предавателен коефициент, т.е. $P_j = P_j(k_1)$ или $P_e = P_e(k_1)$.

При анализ на разклонени ЕВ „класическият“ вариационен анализ използва товарната мощност на веригата, която е функция на повече от едно неизвестно, примерно: $P_{товар} = P_{товар}(V_1; V_2; \dots; V_n)$ или $P_{товар} = P_{товар}(i'_1; i'_2; \dots; i'_m)$.

Решенията получени от вариационния анализ с предавателни коефициенти и метода с предавателните коефициенти могат да бъдат винаги графично изразени, за разлика от „класическия“ вариационен анализ, където решенията за ЕВ с повече от три възела или два контура не могат да бъдат представени графично във функционалното пространство без да се използват сечения (параметризиране и графичните изображения).

Вариационният анализ с предавателни коефициенти и методът с предавателните коефициенти дава възможност за изучаване на свойствата на цели класове вериги в числен вид посредством зависимостта на мощността във веригата спрямо един предавателен коефициент $P_j = P_j(k_1)$ или $P_e = P_e(k_1)$.

Вариационният анализ с предавателни коефициенти и методът с предавателните коефициенти успешно се комбинират с метода с възловите потенциали, метода с контурните токове и метода с променливите на състоянието. Към двата метода може да бъде приложена техника за матричен анализ, който е следваща стъпка към създаването на автоматизирани компютърни програми за анализ на ЕВ.

При анализ на вериги посредством метода с предавателните коефициенти се работи с моментните съпротивления на всички елементи на ЕВ. Анализираните вериги се преобразуват в еднотипни „резисторни“ вериги, независимо от типа на елементите (бобини, кондензатори, източници на е.д.н. и е.д.т.), които съдържат. Това е предпоставка за унифициране на анализа, тъй като елементите на изследваната верига се разглеждат относно един и същ параметър, който е формалното отношение напрежение – ток на елемента.

За разлика от класическите методи за анализ, при които законите за ЕВ вериги са в сила за всеки един момент от времето, то във функционалните пространства използвани от вариационния анализ не всички закони за ЕВ се изпълняват едновременно. Това налага използване на нов математически апарат за анализ на ЕВ.

Недостатък на вариационния анализ с предавателни коефициенти и метода с предавателните коефициенти е усложненото представяне на решението в сравнение с класическите методи за анализ на ЕВ. Повечето изчисления (особено при анализ във времевата област) правят новите методи пригодни за анализ на малки по размер вериги.

Методът с предавателните коефициенти ползва техниката за изчисления на класическите методи за анализ. Това води до грешна представа за метода с предавателните коефициенти, тъй като бива оприличаван на едно делене на уравненията от класическия анализ с константа j_1 или e_1 (или с функциите $j_1(t)$ и $e_1(t)$).

Независимо от недостатъците методът с предавателните коефициенти и вариационният анализ с предавателни коефициенти имат своето право на съществуване. Теорията на веригите не отхвърля нито един от съществуващите методи, независимо от неговите недостатъци при анализа на конкретен клас ЕВ или конкретен режим на работата им.

Заклучение

Дисертационният труд допълва изследванията на Е. Панов относно вариационния анализ с предавателните коефициенти и метода с предавателните коефициенти, като добавя нови методики и решения в анализа на преходни и установени процеси в ЕВ.

Смята се, че целта на дисертационния труд е изпълнена, тъй като са въведени цяла група от методики (вариационни и директни) за анализ с предавателни коефициенти за основните видове ЕВ и техните работни режими.

Задачите на дисертационния труд са изпълнени, както следва:

1. Анализът с предавателните коефициенти се извършва спрямо един основен предавателен коефициент, чрез който останалите предавателни коефициенти, въведени в решението за конкретна ЕВ, се изразяват.

При анализа на ЛЕВ, работещи при постояннотоков или при хармоничен режим и НЕВ при постояннотоков режим се прилага принципът на минимално действие. Анализът се осъществява чрез намиране на екстремум на моментната мощност на базисния източник, избран за конкретната изследвана верига. За този клас ЕВ вариационният анализ се свежда до изследване на едно линейно или нелинейно уравнение, независимо от броя на елементите и начина, по който са свързани във веригата.

За изследване на преходни процеси в ЛЕВ и НЕВ и установени процеси в НЕВ с хармонични източници се съставя система диференциални уравнения, приведени в нормализирана форма, като броят на уравненията в системата отговаря на броя на реактивните елементи в анализираната верига. В тази система се съдържа същата информация за процесите в изследваната ЕВ, както и в уравнението за моментната мощност на базовия източник, което е основният обект при изследването посредством метода с предавателните коефициенти.

2. Изследвани са възможностите за избор на размерността на предавателните коефициенти в зависимост от вида на ЕВ и работния и режим. В дисертационния труд при анализа на ЕВ се използват три групи предавателни коефициенти: безразмерни предавателни коефициенти; предавателни коефициенти с размерност $[\Omega]$ или $[S]$ и предавателни коефициенти с размерност $[A^2]$, $[V.A]$ или $[V^2]$.

3. Систематизирани са методиките за анализ на ЕВ в зависимост от вида на веригата и нейния режим на работа, както и спрямо начина на въвеждане и изразяване на предавателните коефициенти в решението на анализираната верига.

Вариационният анализ с предавателните коефициенти на ЛЕВ и НЕВ при постояннотоков режим успешно е приложен в комбинация с основните закони за ЕВ, метода с контурните токове, метода с възловите потенциали и метода с променливите на състоянието. В останалите методики въвеждането и изразяването на предавателните коефициенти е направено само с помощта на основните закони за ЕВ.

4. При изследване на преходни процеси в ЕВ методът с предавателните коефициенти позволява оптимизация на численото решение, по метода предиктор-коректор. Прилагането на този подход в решението може да осигури по-голямата точност, при решение на оптимизационното (коректорното) уравнение.

5. При изследване на установени режими в НЕВ с хармонични източници, чувствително може да се подобри точността на получените резултати посредством оптимизационни процедури.

Изложението на дисертационния труд е съпътствано от група решения за анализ на конкретни ЕВ. За числени и символни преобразувания на изрази и решения на нелинейните уравнения е използван програмният продукт *Wolfram alpha*. Средата на *Matlab* е използвана за съставяне на пакети от приложни програми (част от които са дадени в приложенията) подпомагащи процеса на изчисления при анализа на веригите и построяване на графиките на търсените величини.

Бъдещо развитие: Да бъдат доразработени методите за анализ с предавателни коефициенти на линейни и нелинейни вериги с разпределени параметри, както и на електронни вериги при установени режими на работа и при преходни процеси.

Благодарности

Издавам благодарност към своя научен ръководител доц. д-р инж. Емил Панов за оказаната помощ, внимание, ползотворните идеи и насоки, а така също и на колегите от катедрата за препоръките и съдействието при разработването на настоящия дисертационен труд.

Научно-приложни и приложни приноси

- **Научно - приложен принос:** Създаване на систематизирани методики за приложение на вариационния подход с предавателните коефициенти.
 - Методики за вариационен анализ с предавателни коефициенти на ЛЕВ:
 - Методика за вариационен анализ на ЛЕВ в постояннотоков режим с основните закони за ЕВ.
 - Методика на вариационния анализ на ЛЕВ при хармоничен режим посредством основните закони за ЕВ в комбинация с комплексния метод.
 - Методика за вариационен анализ с предавателни коефициенти за ЛЕВ при постояннотоков режим в комбинация с метода с контурните токове.
 - Методика за вариационен анализ с предавателни коефициенти за ЛЕВ в комбинация с метода с контурните токове и комплексния метод.
 - Методика за вариационен анализ с предавателни коефициенти за ЛЕВ при постояннотоков режим в комбинация с метода с възловите потенциали
 - Методика за вариационен анализ с предавателни коефициенти за ЛЕВ в комбинация с метода с възловите потенциали и комплексния метод.
 - Методики за вариационен анализ с предавателни коефициенти за НЕВ при установени режими на работа:
 - Методика за вариационен анализ на НЕВ с постоянни източници посредством основните закони за ЕВ при постояннотоков режим на работа.
 - Методика за вариационен анализ с предавателни коефициенти за НЕВ в комбинация с метода с контурните токове при постояннотоков режим на работа.
 - Методика за вариационен анализ с предавателни коефициенти за НЕВ в комбинация с метода с възловите потенциали при постояннотоков режим на работа.
 - Методика за вариационен анализ с предавателни коефициенти за резисторни НЕВ с хармонични източници при установен променливотоков режим на работа.
 - Методика за анализ по метода с предавателните коефициенти в комбинация с метода с променливи на състоянието за НЕВ с реактивни

елементи и хармонични източници при установен променливотоков режим на работа.

▪ Методики за анализ на преходни процеси в ЛЕВ и НЕВ посредством метода с предавателните коефициенти в комбинация с метода с променливи на състоянието:

- Методика за анализ посредством метода с предавателните коефициенти на преходни процеси от първи ред в ЕВ с постоянни източници.

- Методика за анализ посредством метода с предавателните коефициенти на преходни процеси в ЕВ от ред по-висок от първи с постоянни източници.

- Методика за анализ посредством метода с предавателните коефициенти на преходни процеси ЕВ с хармонични източници.

• **Приложен принос:**

▪ За всяка разработена методика за вариационен анализ на ЕВ е представен поне по един пример, показващ работоспособността на вариационния подход с предавателните коефициенти.

▪ Създадени са пакет приложни програми в средата на *Matlab*, подпомагащи вариационния анализ с предавателни коефициенти за конкретни ЕВ.

Списък на публикациите по темата на дисертационния труд:

[1]. E. I. Panov, M. Gr. Doneva, „Phasor Approach for Variation Analysis of Electric Circuits“, International Scientific and Technical Conference “Electrical Power Engineering 2014”, 11-13 September 2014, Varna, Bulgaria, pp. 71 - 80, ISBN 978-954-20-0497-4.

[2]. E. I. Panov, M. Gr. Doneva, „Exploration of the Possibilities for Variation Analysis of Complex Electric Circuits Combined with the Loop Analysis and the Nodal Approach“, International Scientific and Technical Conference “Electrical Power Engineering 2014”, 11-13 September 2014, Varna, Bulgaria, pp. 81 - 88, ISBN 978-954-20-0497-4.

[3]. Панов Е., Донева М., „Изследване на възможностите на метода с предавателните коефициенти в комбинация с вариационния подход за анализ на електрически вериги“, Годишник на Технически Университет Варна, 2014, том I, стр. 79 – 84, ISSN:1311-896X.

[4]. E. I. Panov, M. Gr. Doneva, “Exploration of the Possibilities of the Variation Approach for Analysis of Transient Processes in Electric Circuits”, XIV-th

International Conference on „Electrical Machines, Drives and Power Systems“ - ELMA' 2015, October 2015, Varna, Bulgaria, pp. 305-312, ISSN 1313-4965.

[4^A] E. I. Panov, M. Gr. Doneva, “Exploration of the Possibilities for Variational Approach of Transient Processes in Electric Circuits”, „Електротехника и електроника Е+Е“, 2017, pp. 23-31, ISSN 0861-4717.

[5]. M. Gr. Doneva, V. Vasileva, “Exploration of the Possibilities for Analysis of Non-Linear Electric Circuits Working at DC Regimes Using Variational Approach”, XIV-th International Conference on „Electrical Machines, Drives and Power Systems“ - ELMA' 2015, October 2015, Varna, Bulgaria, pp. 81-90, ISSN 1313-4965.

[6]. E. I. Panov, M. Gr. Doneva, “Variational Approach for Analysis of Transient Processes in Electric Circuits”, XIX-th International Symposium on „Electrical Apparatus and Technologies“-SIELA' 2016, 29 May-1 June 2016, Bourgas, Bulgaria, pp. 242-245, ISBN 978-619-160-648-1. (индексирана в Scopus)

[7]. E. I. Panov, M. Gr. Doneva, “An Overview of the Possibilities of the Variational Analysis for Exploration of Electric Circuits”, LI International Scientific Conference on Information, Communication and Energy Systems and Technologies- ICEST 2016, 28-30 June 2016, Ohrid, Macedonia, pp. 451-454, ISBN 978-9989-786-78-5.

[7^A] E. I. Panov, M. Gr. Doneva, “An Overview of the Possibilities of the Variational Analysis for Exploration of Electric Circuits”, Journal of Communication and Computer, David Publishing Company, Vol.3, pp. 142-147, ISSN 1548-7709, DOI: 10.17265/1548-7709.

[8]. E. I. Panov, M. Gr. Doneva, “Exploration of the Possibilities for Analysis of Stationary AC Regimes in Non-Linear Electric Circuits by the Variational Approach”, International Scientific and Technical Conference “Electrical Power Engineering 2016“, 6-8 October 2016, Varna, Bulgaria, pp. 121-128, ISBN 978-954-20-0760-9.

[9]. M. Gr. Doneva, “Variational Approach for Analysis of Transient Processes in Electric Circuits- AC Regimes”, International Scientific and Technical Conference “Electrical Power Engineering-2016”, 6-8 October 2016, Varna, Bulgaria, pp 129-133, ISBN 978-954-20-0760-9.

Variational Analysis of Electric Circuits

by Miroslava Gr. Doneva

(ABSTRACT)

The variational analysis with the transferring coefficients is a new approach for analysis of EC. May be it is the eleventh one according the classification of the author. Its application is supported by the introduction of four new theorems, two rules for introduction of the transferring coefficients and several methodologies for analysis of DC, AC regimes in EC and transient processes, too. E. Panov developed four new theorems and the first systematical methodologies for variational analysis of EC in circuit theory.

The variational analysis is more difficult to use compared with the well-known methods for analysis of EC, but it has something additional compared with the rest of the methods. All methods obey to two basic laws of nature - the charge conservation law (with its consequence - KCL) and the energy conservation law (with its consequence - KVL). The variational analysis except them uses also the balance of powers, which is a consequence of the least action principle, which all physical processes in nature obey to. This fact gives an additional tool to the variational approach to have an exclusive instrument to precise the errors of the calculated values of the currents and the voltages in the explored EC. Except that, the variational analysis can be accomplished in matrix form, too – a fact, which makes that approach able to use automated computer-aided calculations. So, circuit theory may become only more powerful after the development and the introduction of the new methodologies for variational analysis of EC by the help of the transferring coefficients.

The proposed methodology for variational analysis of transient processes in non-linear EC can be ever introduced successfully, because we can always choose a corrector of higher order, compared with the order of the predictor, having in mind that the integration equations of Newton-Cotes form an infinite family of high-precision formulas. The truncation error of the method Runge –Kutta-4 is

$\varepsilon_{r.k.} = \frac{h^5}{5!} f^{(v)}(\xi)$, where ξ is some point within the time interval of the last step h of the calculation process. The sixth order integration formula of Newton-Cotes has

an error: $\varepsilon_{T.n.c.} = -\frac{h^7}{1400} [10.f^{(vi)}(\xi) + 9h^2.f^{(viii)}(\eta)]$, where ξ and η are some points within the integration interval $[t_k; t_{k+6}]$. So, for $h \ll 1$ it is clear, that $\varepsilon_{r.k.} \gg \varepsilon_{T.n.c.}$, which allows Newton-Cotes formulas of higher order to be in the base of the corrector integration equations.

The proposed variational approach is more complex compared with the classic solutions. It is better to use it for analysis of transient processes in non-linear electric circuits, especially in cases when there are no exact classic solutions. The optimization procedures implemented in the variational method give the possibility to improve the numeric solutions and to increase the accuracy of the final results.